

## 4: Aproximación Lineal de una Función Escalar de Varias Variables

This page is a draft and is under active development.

Recordemos que, bajo ciertas condiciones de derivabilidad, una función real puede aproximarse por una recta cuando se producen cambios pequeños ( $\varepsilon$ ) en la variable independiente (**aproximación por la recta tangente**, figura 5),

$$f(x + \varepsilon) \approx f(x) + \varepsilon f'(x) \quad (4.1)$$

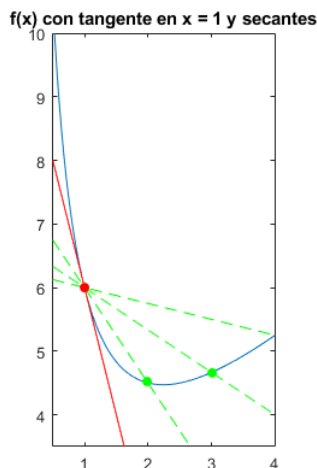


Fig. 5 - Aproximación de una función por su recta tangente

### ✓ Ejemplo 4.13

La función  $f(x) = x^2$  puede aproximarse, en puntos cerca de  $x = 1$  por la recta:

$$f(1 + \varepsilon) \approx f(1) + f'(1)\varepsilon = 1 + 2\varepsilon \quad (4.2)$$

Del mismo modo, para una función  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  que depende de varias variables, tendremos:

$$f(x_1 + \varepsilon_1, x_2 + \varepsilon_2, \dots, x_n + \varepsilon_n) \approx f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \sum_{i=1}^n \varepsilon_i \frac{\partial f}{\partial x_i}(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (4.3)$$

Esta expresión puede escribirse de forma más compacta usando la definición de gradiente (Definición 4) y llamando  $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$ , vector fila donde se agrupan los pequeños cambios que se producen en cada una de las variables independientes:

$$f(\mathbf{x} + \varepsilon) \approx f(\mathbf{x}) + \varepsilon \nabla f(\mathbf{x}) \quad (4.4)$$

En este caso, si tenemos  $n = 2$ , aproximamos la función cerca de un punto, por su plano tangente.

### ✓ Ejemplo 4.14

La función  $f(x, y) = x^2 + xy + y^2$ , en un entorno de  $(1, 0)$ , tomará valores cercanos a la aproximación de primer orden. Para calcularla necesitamos  $f(1, 0)$  y  $\nabla f(1, 0)$  que valen

- $f(1, 0) = 1$
- $\nabla f(1, 0) = (2x + y, x + 2y)|_{x=1, y=0} = (2, 1)$

y se emplean para determinar el plano tangente en el punto  $(1, 0, f(1, 0))$ , cuya ecuación es  $2x + y = 2$ . El vector normal al plano es  $\nabla f(1, 0)$ .

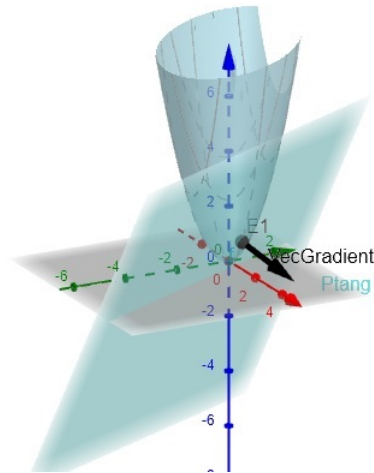


Fig. 6 - Aproximación de una función por su plano tangente

This page titled [4: Aproximación Lineal de una Función Escalar de Varias Variables](#) is shared under a [not declared](#) license and was authored, remixed, and/or curated by [Joaquín López Herraiz](#).