

7.5.2: Ondas o y e - fase y polarización

Onda ordinaria

Si el vector de ondas está sobre la esfera (sobre el círculo) y no coincide con el eje z ($k_y \neq 0$) entonces cumple $k_y^2 + k_z^2 = \left(n_o \frac{\omega}{c}\right)^2$

$$\begin{pmatrix} \left(n_o \frac{\omega}{c}\right)^2 - k_y^2 - k_z^2 & 0 & 0 \\ 0 & \left(n_o \frac{\omega}{c}\right)^2 - k_z^2 & k_y k_z \\ 0 & k_z k_y & \left(n_e \frac{\omega}{c}\right)^2 - k_y^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} \\ E_{0z} \end{pmatrix} = 0$$

por la condición de onda ordinaria $0 \times E_{0x} = 0$, con lo que nos queda como subsistema

$$\begin{pmatrix} \left(n_o \frac{\omega}{c}\right)^2 - k_z^2 & k_y k_z \\ k_z k_y & \left(n_e \frac{\omega}{c}\right)^2 - k_y^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{0y} \\ E_{0z} \end{pmatrix} = 0$$

la condición necesaria para que tenga solución es que esta submatriz tenga determinante nulo, pero eso es contradictorio, porque equivale a decir que el vector de ondas está sobre el elipsoide (y por hipótesis está sobre la esfera). Por lo tanto se tiene que verificar

$$\begin{aligned} E_{0y} &= E_{0z} = 0 \\ E_{0x} &\neq 0 \end{aligned}$$

En otras palabras:

- la onda ordinaria está linealmente polarizada, vibrando perpendicularmente al plano que contiene al vector de ondas y al eje óptico.
- Para la onda ordinaria, \mathbf{E}_0 sí es perpendicular a \mathbf{k} : energía y fase se propagan en la misma dirección. $\langle \mathbf{S} \rangle \propto \mathbf{k}$.

Esta onda sólo se distingue de la que atraviesa un medio isótropo en que está obligatoriamente linealmente polarizada del modo descrito.

Onda extraordinaria

$$\frac{k_y^2}{\left(n_e \frac{\omega}{c}\right)^2} + \frac{k_z^2}{\left(n_o \frac{\omega}{c}\right)^2} = 1$$

es la ecuación que la define. Vamos a apartar para más tarde el estudio de la propagación según el eje óptico, por lo que $k_y \neq 0$. Si llevamos la condición para \mathbf{k}_e a la ecuación de autovalores y aprovechando la simetría de revolución, tenemos dos subsistemas (primera fila y últimas dos, respectivamente, de la matriz)

$$\begin{pmatrix} \left(n_o \frac{\omega}{c}\right)^2 - k_y^2 - k_z^2 & 0 & 0 \\ 0 & \left(n_o \frac{\omega}{c}\right)^2 - k_z^2 & k_y k_z \\ 0 & k_z k_y & \left(n_e \frac{\omega}{c}\right)^2 - k_y^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} \\ E_{0z} \end{pmatrix} = 0$$

se deduce que

$$E_{0x} = 0$$

el subsistema

$$\begin{pmatrix} \left(n_o \frac{\omega}{c}\right)^2 - k_z^2 & k_y k_z \\ k_z k_y & \left(n_e \frac{\omega}{c}\right)^2 - k_y^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{0y} \\ E_{0z} \end{pmatrix} = 0$$

tiene solución distinta de la trivial, porque su determinante vale, por hipótesis, 1. Resolviendo:

$$\mathbf{E}_0 \propto \begin{pmatrix} 0 \\ n_e^2 k_z \\ -n_o^2 k_y \end{pmatrix}$$

Conclusiones:

- La luz es linealmente polarizada (campo proporcional a un vector real), y está en el plano determinado por \mathbf{k} y el eje óptico.
- En general $\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{k}$ ya que

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}_0 \propto (n_o^2 - n_e^2) k_y k_z$$

salvo en el caso $k_z = k_x = 0$ (k_y lo estamos excluyendo de momento). Dicho de otro modo, siempre que \mathbf{k} sea perpendicular al eje óptico, $\mathbf{k} \perp \mathbf{E}_0$, pero sólo en ese caso. La energía y la fase se propagan cada una por su cuenta.

Eje óptico

Cuando el vector de ondas está en la dirección del eje óptico, sólo hay una onda (la ordinaria y la extraordinaria coinciden). Se cumple $k_y = k_x = 0$ y $\mathbf{k} = n_o \frac{\omega}{c} \mathbf{u}_z$. Esto en nuestra ecuación de autovalores significa más ceros en la matriz:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (n_e \frac{\omega}{c})^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} \\ E_{0z} \end{pmatrix} = 0$$

de donde $E_{0z} = 0$ y E_{0x}, E_{0y} son libres.

Conclusiones:

- Cualquier estado de polarización es posible.
- $\mathbf{E} \cdot \mathbf{k} = 0$ por lo que fase y energía van en la misma dirección.

En este caso particular la onda ve un medio isótropo: si nos movemos por el eje z el índice en todas las direcciones laterales es el mismo. Es natural que el resultado sea el mismo que para una oap en un medio isótropo.

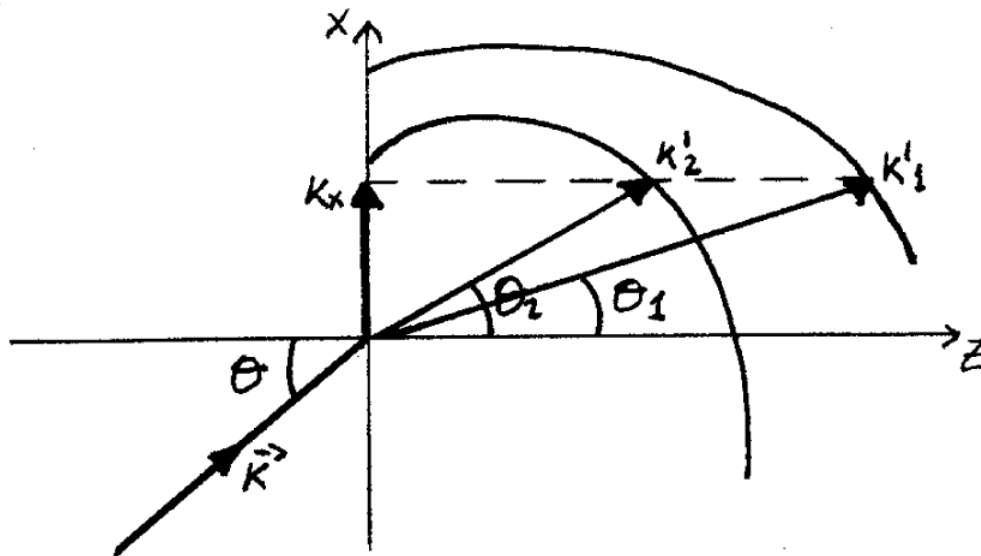


Figura 7.5.2.1: Diagrama de la interfase y las ondas que intervienen

7.5.2: Ondas o y e - fase y polarización is shared under a CC BY-SA 1.0 license and was authored, remixed, and/or curated by LibreTexts.