

## 7.2: Matriz dieléctrica

Si a un medio transparente isótropo le corresponde una constante dieléctrica que es un escalar real para caracterizar un medio transparente anisótropo se necesita una matriz hermítica. Veamos por qué.

Transparente significa que toda la energía que entra en un volumen  $V$  sale de él. Llamaremos  $\Sigma$  a la superficie cerrada que confina  $V$ . Para formular cuantitativamente que toda la energía que entra sale hacemos la integral de superficie

$$\int_{\Sigma} \mathbf{n}_{\Sigma} \cdot \langle \mathbf{S} \rangle ds = 0$$

( $\mathbf{n}_{\Sigma}$  es el vector normal a la superficie y  $ds$  un elemento diferencial de ella). Cualquier superficie debe cumplir esta condición, que por el teorema de Gauss se reduce a

$$\nabla \cdot \langle \mathbf{S} \rangle = 0$$

el promedio del vector de POYNTING vale, para ondas armónicas

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{1}{2} \Re \{ \mathbf{E} \wedge \mathbf{H}^* \}$$

Procedamos por partes. Utilizando una igualdad vectorial

$$\nabla (\mathbf{E} \wedge \mathbf{H}^*) = \mathbf{H}^* \nabla \wedge \mathbf{E} - \mathbf{E} \nabla \wedge \mathbf{H}^*$$

y los rotacionales

$$\begin{aligned} \nabla \wedge \mathbf{E} &= i\omega\mu\mathbf{H} \\ \nabla \wedge \mathbf{H} &= -i\omega\mathbf{D} \end{aligned}$$

dados por las ecuaciones obtenemos

$$\nabla \cdot \langle \mathbf{S} \rangle = -\frac{i\omega}{4} \sum_{k,l} (\epsilon_{kl}^* - \epsilon_{lk}) E_k E_l^*$$

donde  $k, l$  recorren las coordenadas  $x, y, z$ . Esto debe ser cero para toda onda, porque se trata de una propiedad intrínseca del material, lo que conduce a

$$\epsilon_{kl}^* = \epsilon_{lk}$$

es decir  $\epsilon^+ = \epsilon^-$ : la matriz dieléctrica es hermítica (puede tener elementos complejos, pero debe cumplir esas relaciones). Lo que sabemos es que por ser hermítica, la matriz se puede diagonalizar a una matriz con elementos sólo reales (autovalores reales) cuyos autovectores son ortogonales.

7.2: Matriz dieléctrica is shared under a [CC BY-SA 1.0](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/1.0/) license and was authored, remixed, and/or curated by LibreTexts.