

## 7.5.1: Superficie de vectores de onda. Eje óptico

A partir de ahora nos vamos a centrar en medios uniaxiales sin actividad óptica en los que, por ejemplo

$$\begin{aligned} n_x &= n_y = n_o \\ n_z &= n_e \end{aligned}$$

donde  $n_o$  se denomina índice ordinario  $n_e$  índice extraordinario.

$$|M| = \left( k^2 - \left( n_o \frac{\omega}{c} \right)^2 \right) \left( \frac{k_x^2 + k_y^2}{\left( n_e \frac{\omega}{c} \right)^2} + \frac{k_z^2}{\left( n_o \frac{\omega}{c} \right)^2} - 1 \right)$$

Como  $|M| = 0$ , se debe anular uno de los dos factores. Si es el primero, el vector de ondas debe estar sobre una esfera de radio  $n_o \frac{\omega}{c}$ ; si es el segundo, sobre un elipsoide de revolución de semiejes  $n_e \frac{\omega}{c}, n_e \frac{\omega}{c}, n_o \frac{\omega}{c}$  (también se pueden anular ambos factores a la vez). A las superficies dadas por la condición de anulación de  $|M|$  las llamamos superficies de vectores de onda. Ambas coinciden (y comparten plano tangente) en el eje  $z$ . A ese eje se le denomina eje óptico. Es el eje donde la constante dieléctrica tiene un valor diferente al de los otros dos ejes principales.

Imaginemos una onda que se propague en una dirección del espacio. Para dicha onda, en un medio anisótropo uniaxial, tenemos dos vectores de onda distintos: el que está sobre la esfera (onda ordinaria) y el que está sobre el elipsoide (correspondiente a la onda extraordinaria). A partir de ahora todos los problemas se nos desdoblan, puesto que tenemos que caracterizar la propagación de ambas.

- Para la onda ordinaria, el módulo del vector de ondas  $|\mathbf{k}_o| = n_o \frac{\omega}{c}$  siempre será el mismo. Así ocurre, también con la velocidad de fase  $v_o = \frac{c}{n_o}$ .

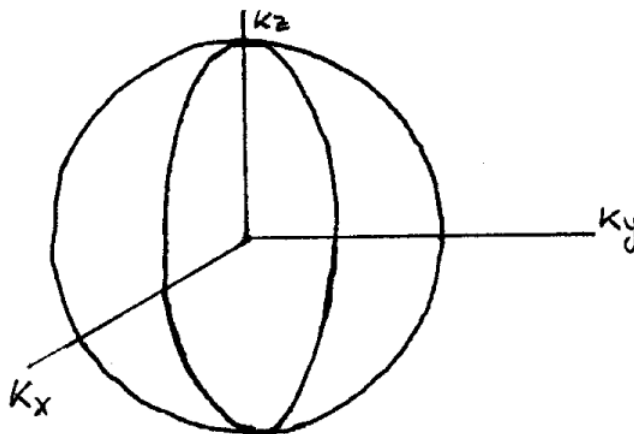


Figura 7.5.1.1: Esfera y elipsoide de vectores de onda. Dependiendo de  $n_e$  y  $n_o$  el elipsoide estará dentro o fuera de la esfera.

- Para la onda extraordinaria, tomando coordenadas esféricas  $r, \varphi, \phi$  (radial, polar, acimutal)

$$\mathbf{k}_e = |\mathbf{k}_e| (\sin \phi \cos \varphi \mathbf{u}_x + \sin \phi \sin \varphi \mathbf{u}_y + \cos \phi \mathbf{u}_z)$$

Si llevamos esto a la condición de anulación del factor correspondiente tendremos

$$|\mathbf{k}_e| = \frac{n_e n_o}{\sqrt{n_o^2 \sin^2 \phi + n_e^2 \cos^2 \phi}} \frac{\omega}{c}$$

Este módulo tiene simetría de revolución en torno al eje óptico. Igualmente, podemos preguntarnos por la velocidad de fase

$$v_f = \frac{\omega}{|\mathbf{k}_e|}$$

para la que

$$v_f^2 = v_e^2 \sin^2 \phi + v_o^2 \cos^2 \phi$$

donde  $v_e = \frac{c}{n_e}$  y  $v_o = \frac{c}{n_o}$ .

Hay dos vectores de onda en todas las direcciones del espacio salvo en la del eje óptico, donde sólo hay una onda. Para medios biáxicos esto ocurre para dos direcciones del espacio (los dos ejes ópticos); en el resto hay dos vectores de onda.

Lo que tenemos que hacer ahora es llevar los dos vectores de onda a la ecuación de autovalores y calcular los  $\mathbf{E}_0$  correspondientes. Para simplificar el problema (reduciéndolo en una dimensión) vamos a aprovechar la simetría en torno al eje  $z$  disponiendo los ejes  $x, y$  de modo que  $k_x = 0$ . Entonces  $M$  queda

$$\begin{pmatrix} (n_x \frac{\omega}{c})^2 - k_y^2 - k_z^2 & 0 & 0 \\ 0 & (n_y \frac{\omega}{c})^2 - k_z^2 & k_y k_z \\ 0 & k_z k_y & (n_z \frac{\omega}{c})^2 - k_y^2 \end{pmatrix} \quad (7.5.1.1)$$

7.5.1: Superficie de vectores de onda. Eje óptico is shared under a [CC BY-SA 1.0](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license and was authored, remixed, and/or curated by LibreTexts.