

## 5.4: Relaciones energéticas- reflectancia y transmitancia

Esperamos obtener la conservación de la energía. Vamos a estudiar casos de no reflexión total: se cumple o bien  $n < n'$  o bien  $n > n'$  con  $\theta < \theta_C$ . Si estamos interesados en un balance de energías<sup>1</sup> debemos calcular promedios temporales del vector de POYNTING (potencia por unidad de área) y compararlos. Trabajamos con oap  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$  y para ellas hemos calculado ya una expresión de  $\langle \mathbf{S} \rangle$  (en medios homogéneos e isotropos de índice  $n$ ):

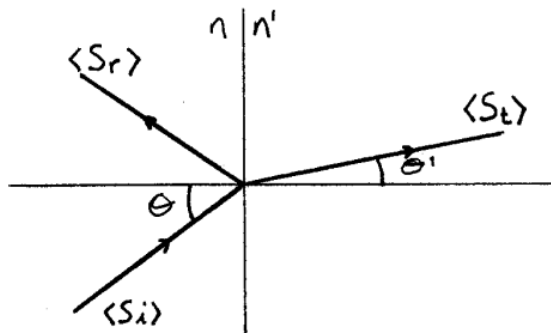


Figura 5.4.1: Paso de un medio caracterizado por  $n$  a uno caracterizado por  $n'$

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n |\mathbf{E}_0|^2 \mathbf{u}_k$$

Un detalle a tener en cuenta es que la variable relevante es sólo la componente normal a la interfase del vector de POYNTING. La energía que va a ser repartida entre onda transmitida y reflejada es la que incide sobre la superficie, y ésta es la que corresponde a la componente normal a la superficie. Lo que nos interesa es la irradiancia sobre la interfase, la potencia que incide sobre ella. Si  $\mathbf{N}$  es un vector unitario normal a la interfase:

$$\langle \mathbf{S} \rangle \cdot \mathbf{N} = \langle \mathbf{S} \rangle_z \quad (5.4.1)$$

no queda más que calcular. Para las ondas incidente, reflejada y transmitida, respectivamente:

$$\begin{aligned} |\langle \mathbf{S}_i \rangle_z| &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n \cos \theta |\mathbf{A}|^2 \\ |\langle \mathbf{S}_r \rangle_z| &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n \cos \theta |\mathbf{R}|^2 \\ |\langle \mathbf{S}_t \rangle_z| &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n' \cos \theta' |\mathbf{T}|^2 \end{aligned}$$

### Reflectancia

$$\mathcal{R} = \frac{|\mathbf{R}|^2}{|\mathbf{A}|^2} = \frac{|\langle \mathbf{S}_r \rangle_z|}{|\langle \mathbf{S}_i \rangle_z|}$$

### Transmitancia

$$\mathcal{T} = \frac{n' \cos \theta'}{n \cos \theta} \frac{|\mathbf{T}|^2}{|\mathbf{A}|^2} = \frac{|\langle \mathbf{S}_t \rangle_z|}{|\langle \mathbf{S}_i \rangle_z|}$$

Tal como están definidas estas magnitudes dependen no sólo de  $n, n', \theta, \theta'$ , sino también del estado de polarización. Para encontrar magnitudes que sean independientes de él se definen reflectancias y transmitancias paralelas y perpendiculares de modo independiente. Por ejemplo, para la reflectancia, definimos el ángulo  $\alpha_i$  mediante las siguientes dos ecuaciones ( $\alpha_i$  es un acimut, e indica la relación entre la cantidad de luz paralela y perpendicular que lleva un estado de polarización):

$$\begin{aligned} |A_{\parallel}| &= |\mathbf{A}| \cos \alpha_i \\ |A_{\perp}| &= |\mathbf{A}| \sin \alpha_i \end{aligned}$$

eso nos permite reescribir la reflectancia como

$$\mathcal{R} = \frac{|\mathbf{R}|^2}{|\mathbf{A}|^2} = \frac{|R_{\parallel}|^2}{\frac{|A_{\parallel}|^2}{\cos^2 \alpha_i}} + \frac{|R_{\perp}|^2}{\frac{|A_{\perp}|^2}{\sin^2 \alpha_i}} = \frac{|R_{\parallel}|^2}{|A_{\parallel}|^2} \cos^2 \alpha_i + \frac{|R_{\perp}|^2}{|A_{\perp}|^2} \sin^2 \alpha_i$$

pero como la componente paralela reflejada es proporcional a la componente paralela incidente y lo mismo para la perpendicular, cada uno de los términos sólo depende de la discontinuidad de índices. De modo que se definen

### reflectancia paralela

$$\mathcal{R}_{\parallel} = \frac{|R_{\parallel}|^2}{|A_{\parallel}|^2} = |r_{\parallel}|^2$$

### reflectancia perpendicular

$$\mathcal{R}_{\perp} = \frac{|R_{\perp}|^2}{|A_{\perp}|^2} = |r_{\perp}|^2$$

### transmitancia paralela

$$\mathcal{T}_{\parallel} = \frac{n' \cos \theta'}{n \cos \theta} |t_{\parallel}|^2$$

### transmitancia perpendicular

$$\mathcal{T}_{\perp} = \frac{n' \cos \theta'}{n \cos \theta} |t_{\perp}|^2$$

La generalización a reflexión total depende de que el vector de POYNTING no tiene componente normal, luego no hay energía que abandone la superficie:

$$\langle \mathbf{S}_t \rangle_z = 0 \Rightarrow \mathcal{T} = 0$$

y  $\mathcal{R}_{\parallel} = \mathcal{R}_{\perp} = 1$ . Toda la luz que incide se refleja <sup>2</sup>.

Ahora esperamos obtener alguna ligadura entre reflectancias y transmitancias que dé cuenta de la conservación de la energía: por cálculo directo se puede demostrar que se verifican estas dos leyes de conservación

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{\parallel} + \mathcal{T}_{\parallel} &= 1 \\ \mathcal{R}_{\perp} + \mathcal{T}_{\perp} &= 1 \end{aligned}$$

que se combinan para dar  $\mathcal{R} + \mathcal{T} = 1$ , dicho de otro modo

$$|\langle \mathbf{S}_i \rangle_z| = |\langle \mathbf{S}_t \rangle_z| + |\langle \mathbf{S}_r \rangle_z|$$

1. Como consideraremos un estado estacionario, la conservación de la energía debe entenderse como igualdad del flujo que entra en una zona con el que sale de ella, no como igualdad de la energía "antes" y "después", sino como balance espacial: caracterización de la distribución de la energía en el espacio-rojo.

2. La aparente paradoja se resuelve si consideramos por una parte que se trata de una relación entre flujos de energía, y el flujo entrante (transportado por la onda incidente) iguala el flujo reflejado (transportado por la onda reflejada) y por otra, que se trata de un promedio temporal, luego funcionaría aproximadamente para ondas no armónicas, que son aquellas para las que existe verdaderamente un "proceso" de reflexión transmisión en el sentido de que llega una onda a la interfase y se divide en dos y todo acaba poco tiempo más tarde -rojo.