

### 5.3.1: Deducción de las fórmulas de FRESNEL

Si queremos obtener más información, deberemos explotar a fondo las cuatro ecuaciones de frontera que hemos escrito. Los vectores  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{T}$  son perpendiculares a los correspondientes vectores de ondas. Nos interesa descomponer estos vectores en una base en la que tengan sólo dos componentes (ortogonales al vector de ondas), y luego relacionarlas con las componentes  $x$  e  $y$ . A esa base, representada en la figura 5.5 se la llama (paralela, perpendicular). La componente paralela  $A_{\parallel}$  está en el plano del papel y la perpendicular  $A_{\perp}$  es ortogonal al plano del papel; ambas son ortogonales al vector de ondas. Para relacionar las  $A_{\perp}$ ,  $A_{\parallel}$  con las componentes  $x$ ,  $y$ ,  $z$  podemos valernos de relaciones trigonométricas sobre el diagrama. En  $z = 0$  las exponenciales son todas iguales, ya que por aplicación de las condiciones de frontera en la interfase, como hemos visto,

$$e^{i(k_x x + k_y y - \omega t)} = e^{i(k'_x x + k'_y y - \omega t)} = e^{i(k''_x x + k''_y y - \omega t)}$$

de modo que escribiremos simplemente  $e^{i(\cdot)}$  :

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_i &= (A_{\parallel} \cos \theta, A_{\perp}, -A_{\parallel} \sin \theta) e^{i(\cdot)} \\ \mathbf{E}_r &= (-R_{\parallel} \cos \theta, R_{\perp}, -R_{\parallel} \sin \theta) e^{i(\cdot)} \\ \mathbf{E}_t &= (T_{\parallel} \cos \theta', T_{\perp}, -T_{\parallel} \sin \theta') e^{i(\cdot)}\end{aligned}$$

para escribir  $\mathbf{H}$  se necesitan los vectores  $\mathbf{k}$  involucrados

$$\begin{aligned}\mathbf{k} &= n \frac{\omega}{c} (\sin \theta, 0, \cos \theta) \\ \mathbf{k}' &= n' \frac{\omega}{c} (\sin \theta', 0, \cos \theta) \\ \mathbf{k}'' &= n \frac{\omega}{c} (\sin \theta, 0, -\cos \theta)\end{aligned}$$

haciendo los correspondientes productos vectoriales se encuentra

$$\begin{aligned}\mathbf{H}_i &= n \frac{1}{\mu c} (-\cos \theta A_{\perp}, A_{\parallel}, \sin \theta A_{\perp}) e^{i(\cdot)} \\ \mathbf{H}_r &= n \frac{1}{\mu c} (\cos \theta R_{\perp}, R_{\parallel}, \sin \theta R_{\perp}) e^{i(\cdot)} \\ \mathbf{H}_t &= n' \frac{1}{\mu c} (-\cos \theta' T_{\perp}, T_{\parallel}, \sin \theta' T_{\perp}) e^{i(\cdot)}\end{aligned}$$

Advertencia: por ser los vectores de onda reales las relaciones trigonométricas  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{k}'' = \mathbf{T} \cdot \mathbf{k}' = 0$  implican que tanto la parte real como la imaginaria de  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{T}$  son perpendiculares a  $\mathbf{k}$ . Ya no hay más que llevar todo esto a las condiciones de frontera 5.1. Obtenemos un sistema de ecuaciones en las componentes  $\perp$  y  $\parallel$  de las amplitudes  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{T}$  :

$$\begin{aligned}(A_{\parallel} - R_{\parallel}) \cos \theta &= T_{\parallel} \cos \theta' \\ A_{\perp} + R_{\perp} &= T_{\perp} \\ n(A_{\perp} + R_{\perp}) \cos \theta &= n' T_{\perp} \cos \theta' \\ n(A_{\parallel} + R_{\parallel}) &= n' T_{\parallel}\end{aligned}$$

Son cuatro ecuaciones, dos para las componentes paralelas (la primera y la cuarta) y dos en las que sólo aparece la componente perpendicular (segunda y tercera). La evolución de ambas componentes es independiente.

5.3.1: Deducción de las fórmulas de FRESNEL is shared under a [CC BY-SA 1.0](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license and was authored, remixed, and/or curated by LibreTexts.