

1.2.1: Ondas armónicas

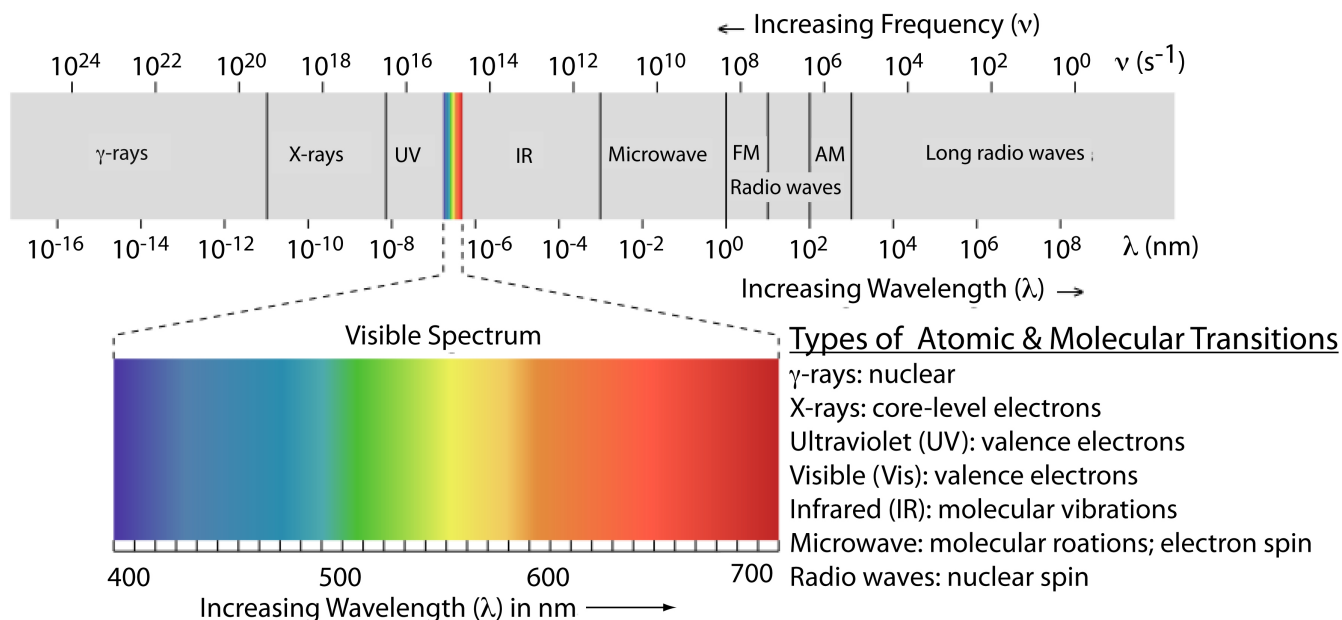
Las ondas armónicas (también llamadas monocromáticas) tienen, por definición, la forma

$$E_x(\mathbf{r}, t) = A_x(\mathbf{r}) \cos(\omega t - g_x(\mathbf{r}))$$

$$E_y(\mathbf{r}, t) = A_y(\mathbf{r}) \cos(\omega t - g_y(\mathbf{r}))$$

$$E_z(\mathbf{r}, t) = A_z(\mathbf{r}) \cos(\omega t - g_z(\mathbf{r}))$$

Una onda armónica es una solución particular que tiene toda la dependencia temporal en $\cos \omega t$. Las otras funciones (A_i, g_i) son funciones de punto, pero no del tiempo.



La Figura 1.2.1.1: The electromagnetic spectrum showing the boundaries between different regions and the type of atomic or molecular transition responsible for the change in energy. The colored inset shows the visible spectrum. Source: modified from Zedh (www.commons.Wikipedia.org).

frecuencia angular se relaciona con la frecuencia y con el período de la onda según

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$$

Las A_x, A_y, A_z son las amplitudes de cada una de las componentes de la onda. El argumento del coseno es lo que se llama fase de la onda. Por la naturaleza de su dependencia temporal, esta onda se extiende en el tiempo desde $-\infty$ a ∞ ; si restringimos su duración, ya no se puede considerar armónica ni tiene la expresión expuesta.

Las ondas armónicas constituyen una base de funciones para las ondas: a partir de ellas se puede construir cualquier onda por superposición de Fourier. La clasificación de las ondas en función de las frecuencias de las ondas armónicas que contienen constituye el espectro electromagnético. Dentro de él, la luz visible es una onda en el rango de frecuencias (figura 1.2.1.1)

$$4 \times 10^{14} \text{ Hz} < \nu < 7.5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$IR < \nu < UV$$

Este tipo de ondas es el que estimula nuestro sistema visual. Aquellas cuyas frecuencias no pertenecen a este rango no provocan sensación visual pero se comportan muy similarmente. Las ondas armónicas se llaman también monocromáticas porque provocan sensación de un color definido.

Las ondas armónicas permiten introducir una herramienta muy útil: la representación compleja. Esta expresión es útil para no arrastrar cosenos y senos por los cálculos. De modo que *solamente para simplificar los cálculos* se escribe el coseno como la parte real de una exponencial compleja, función que tiene la ventaja de que su derivada es ella misma.

$$e^{ia} = \cos a + i \sin a$$

Reescribamos nuestras relaciones

$$E_x = \Re \left\{ A_x(\mathbf{r}) e^{+ig_x(\mathbf{r})} e^{-i\omega t} \right\}$$

usaremos el convenio (indiferente: el coseno es par) de poner la propagación en $e^{-i\omega t}$, es decir, con el signo menos en el exponente.¹ En todo lo que sigue prescindiremos de escribir $\Re\{\dots\}$ y se habrá de entender que las amplitudes $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ y $\mathbf{E}_0(\mathbf{r}, t)$ son vectores complejos, de los cuales sólo la parte real tiene significado (puede ser medida en laboratorio). La expresión de la onda queda, pues

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$$

Pero no siempre se puede utilizar: si bien para sumas, integrales, derivadas, la representación compleja es legítima (porque la parte real de la suma es la suma de las partes reales), para efectuar el producto de dos ondas armónicas ya no vale. Moraleja: cuando hagamos operaciones lineales y sólo entonces podremos utilizar la representación compleja.

1. Observación a tener en cuenta cuando se acuda a la bibliografía.

1.2.1: Ondas armónicas is shared under a [CC BY-SA 1.0](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license and was authored, remixed, and/or curated by Alvaro Tejero Cantero.